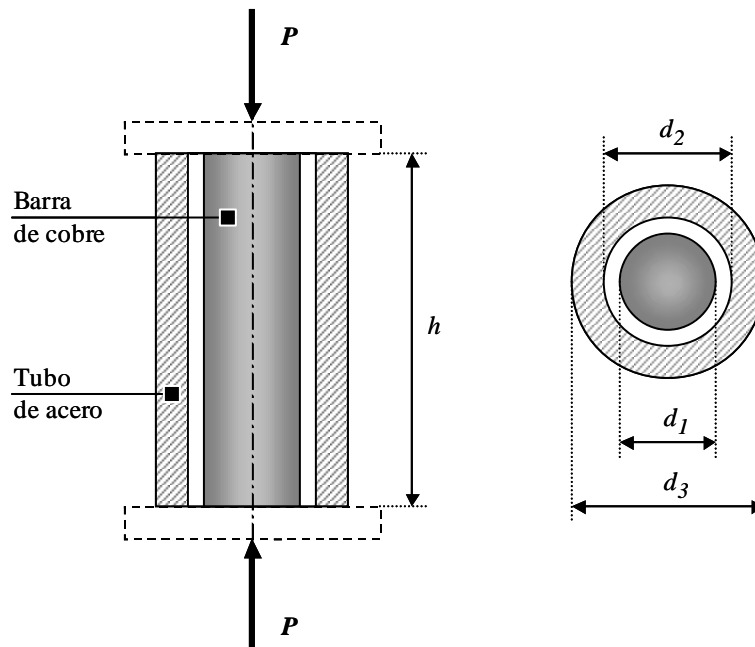


**Ejercicio N° 5- Enunciado**

Una barra cilíndrica de cobre se encuentra dentro de un tubo de acero de igual altura, estando ambos sometidos a compresión entre dos platos de una prensa, según puede observarse en la figura 5.1, de acuerdo con los datos indicados en la tabla 5.1.

**Figura 5.1**

$d_1$	$d_2$	$d_3$	$P$	$E_c$	$E_a$
cm	cm	cm	kN	kN/cm <sup>2</sup>	kN/cm <sup>2</sup>
4	5	7	250	$12 \cdot 10^3$	$21 \cdot 10^3$

$E_c$  : Módulo de elasticidad longitudinal del cobre

$E_a$  : Módulo de elasticidad longitudinal del acero

**Tabla 5.1**

Se solicita determinar:

1. El esfuerzo que soporta cada elemento
2. Las tensiones normales que se producen en los mismos
3. El acortamiento específico que experimenta el sistema

**Ejercicio N° 5 Resolución****1. Cálculo del esfuerzo que soporta cada elemento**

Realizando el diagrama del cuerpo libre, la condición de equilibrio estático será:

$$P - N_c - N_a = 0 \quad (1)$$

Siendo:

$P$  : carga de compresión aplicada por la prensa

$N_c$  : esfuerzo de compresión en la barra de cobre

$N_a$  : esfuerzo de compresión en el tubo de acero

Dicha ecuación (1) resulta insuficiente para resolver el problema, dado que las incógnitas son dos. En consecuencia, debe plantearse otra ecuación de compatibilidad geométrica que surge de observar las deformaciones. En este caso, es fácil deducir que los acortamientos en ambos elementos deben ser iguales, es decir:

$$\Delta h_a = \Delta h_c$$

donde al poseer ambos la misma altura  $h$ , se tiene que:

$$\frac{N_a}{E_a \cdot F_a} = \frac{N_c}{E_c \cdot F_c} \quad (2)$$

siendo:

$F_c$  : área de la sección transversal de la barra de cobre

$F_a$  : área de la sección transversal del tubo de acero

De esta forma, se tiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. De la expresión (2):

$$N_a = \frac{E_a \cdot F_a \cdot N_c}{E_c \cdot F_c} \quad (3)$$

Reemplazando (3) en (1):

$$P - N_c - \frac{E_a \cdot F_a \cdot N_c}{E_c \cdot F_c} = 0$$

$$P - N_c \cdot \left( 1 + \frac{E_a \cdot F_a}{E_c \cdot F_c} \right) = 0$$

$$N_c = \frac{P}{\left( 1 + \frac{E_a \cdot F_a}{E_c \cdot F_c} \right)}$$

Calculando primeramente a  $F_c$  y  $F_a$ :

$$F_c = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \frac{\pi \cdot 4^2}{4} = 12,57 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_a = \frac{\pi \cdot (d_3^2 - d_2^2)}{4} = \frac{\pi \cdot (7^2 - 5^2)}{4} = 18,85 \cdot \text{cm}^2$$

Cátedra: Ing. José Luis Tavorro	TP 1	5/3
---------------------------------	------	-----

y, reemplazando por los valores, se tiene:

$$N_c = \frac{250}{\left(1 + \frac{21 \cdot 10^3 \cdot 18,85}{12 \cdot 10^3 \cdot 12,57}\right)} = \frac{250}{3,6243}$$

$$N_c = 68,98 \cdot kN \quad (\text{compresión})$$

De la expresión (1):

$$N_a = P - N_c$$

$$N_a = 250 - 68,98$$

$$N_a = 181,02 \cdot kN \quad (\text{compresión})$$

## 2. Cálculo de las tensiones normales

En la barra de cobre se tiene la siguiente tensión de compresión:

$$\sigma_c = -\frac{N_c}{F_c} = -\frac{68,98}{12,57}$$

$$\sigma_c = -5,49 \cdot kN/cm^2$$

En el tubo de acero la tensión de compresión será:

$$\sigma_a = -\frac{N_a}{F_a} = -\frac{181,02}{18,85}$$

$$\sigma_a = -9,60 \cdot kN/cm^2$$

## 3. Cálculo del acortamiento específico

Para este problema es:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_c = \varepsilon$$

De acuerdo con la ley de Hooke:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\sigma_a}{E_a}$$

Reemplazando por los valores, el acortamiento específico  $\varepsilon$  del sistema será:

$$\varepsilon = -\frac{5,49}{12 \cdot 10^3} = -\frac{9,60}{21 \cdot 10^3}$$

$$\varepsilon = -0,00046 = -4,6 \cdot 10^{-4}$$